

数学基础教育中的“双基”如何发展为“四基”

顾沛

(南开大学 数学科学学院, 天津 300071)

摘要: 数学基础教育中的“双基”提法, 近来被发展为“四基”的提法, 其中有深刻的背景和原因; “四基”的内涵和外延非常丰富; 这一发展对于提高学生的数学素养、培养全面发展的人才, 意义重大.

关键词: 基础教育; 数学; 双基; 四基; 发展

中图分类号: G40-032 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894(2012)01-0014-03

数学基础教育中的“双基”提法, 在教育部2011年12月28日颁布的《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《课标》)中被发展为“四基”的提法, 即从“数学的基础知识、基本技能”发展为“数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”. 那么, “双基”提法为什么要发展为“四基”的提法? 其背景是什么? “四基”提法的内涵和外延是什么? “四基”对于基础教育的人才培养意义何在? 现谈谈对此的一些浅见.

1 “双基”为什么要发展为“四基”

“双基”发展的“四基”, 在《课标》中的表述为: “通过义务教育阶段的数学学习, 学生能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验.”^[1]

早在教育部2001年6月7日颁发的《基础教育课程改革纲要(试行)》(以下简称《纲要》)中, 就规定了基础教育阶段所有课程应该努力达到的三维目标, 即“知识与技能”、“过程与方法”、“态度情感与价值观”这样3个维度的目标. 因此, 义务教育数学课程的课程目标首先应该符合上述三维目标; 同时, 还要结合数学学科的特点把它们具体化. 这种“具体化”, 未必仅仅用“四基”就能够完整、全面地表达, 但限于文章讨论的范围和篇幅, 下面只围绕“四基”论述.

新中国的数学基础教育, 历来重视“双基”, 即要求学生基础知识扎实, 基本技能熟练, 这是正确的, 其历史贡献也是应该肯定的, 所以《课标》中的“四基”继续保留和强调了“双基”. 但是, 对于“双基”的内容, 即对于什么是学生应该掌握的“基础知识”和“基本技能”, 在“知识爆炸”的时代, 在现代信息技术突飞猛进的时代, 在获取知识、技能的渠道大大增加的时代, 应该与时俱进.

过去提到数学的“双基”时, 通常是指: 数学的基本概念、基本公式、基本运算、基本性质、基本法则、基本程式、基本定理、基本作图、基本推理、基本语言、基本方法、基本操作、基本技巧, 等等.

但是许多年来, “双基”概念一直在发展中深化. 至2000年, 中华人民共和国教育部制定的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试验修订版)》中的表述, 数

学“基础知识是指: 数学中的概念、法则、性质、公式、公理、定理以及由其内容所反映出来的数学思想和方法. 基本技能是指: 能够按照一定的程序与步骤进行运算、作图或画图、进行简单的推理”^[2]. 并且, “双基”在此已经是与思维能力、运算能力、空间观念等相互联系表述的.

在“知识爆炸”的时代, 对于过去数学“双基”的某些内容, 如繁杂的计算、细枝末节的证明技巧等, 需要有所删减; 而对于估算、算法、数感、符号意识、收集和处理数据、概率初步、统计初步、数学建模初步等, 又要有所增加. 这就是数学“双基”内容的与时俱进.

那么, 为什么有了“双基”还不够, 现在还要增加两条, 成为“四基”? 这可以有下面3个理由. 第一, 因为“双基”仅仅涉及上述三维目标中的一个目标——“知识与技能”. 新增加的两条则还涉及三维目标的另外两个目标——“过程与方法”和“态度情感与价值观”. 第二, 因为某些教师有时片面地理解“双基”, 往往在实施中“以本为本”, 见物不见人, 而教育必须以人为本, 新增加的“数学思想”和“活动经验”就直接与人相关, 也符合“素质教育”的理念. 第三, 因为仅有“双基”还难以培养创新性人才, “双基”只是培养创新性人才的一个基础, 但创新性人才不能仅靠熟练掌握已有的知识和技能来培养, 获得数学思想和活动经验等也十分重要, 这就是新增加的两条.

2 关于数学的“基本思想”

使学生获得数学的基本思想, 确实应该作为数学课程的一个重要目标. 数学课程固然应该教会学生许多必要的结论, 但绝不仅仅以教会这些定理、公式和计算程序、解题方法为目标, 更重要的是让学生在学习这些结论的过程中获得数学思想. 数学思想是数学科学发生、发展的根本, 也是数学课程教学的精髓.

但是, 《课标》在这里并没有展开阐述“数学的基本思想”有哪些内涵和外延, 这就给研究则留下了讨论的空间. 而且由于它过去并没有被充分地讨论过, 所以可能仁者见仁, 智者见智, 不同的学者可能会有不完全一样的说法. 这里也谈谈自己不成熟的观点, 与同行交流.

数学思想的内涵和外延都很丰富, 通俗地说, 例如有从数学角度看问题的出发点, 把客观事物简化和量化的思想,

收稿日期: 2012-01-24

作者简介: 顾沛(1945—), 男, 北京人, 教授, 首届高校国家级教学名师奖获得者, 教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会副主任, 主要从事代数学、数学教育研究.

周到、严密、系统地思考问题，以及建立数学模型的思想，合理地运筹帷幄，等等。一个人进入社会后，如果不是在与数学相关的领域工作，他学过的数学定理和公式可能大多都用不到，而在学习数学知识的过程中获得的这些数学思想却一定会使他终生受益；虽然有些人对此是有意识的，有些人是无意识的。《课标》在这里的措词为数学的“基本思想”，而不是数学的“基本思想方法”，这是明智的、恰当的，因为“思想方法”可能更多地让人联想到具体的“方法”，如换元法、代入法、配方法，层次就降低了，且冲淡了“思想”这个关键词。并且，其实双基中已经含有数学的这些具体方法。

数学的基本思想，主要可以有数学抽象的思想、数学推理的思想、数学模型的思想、数学审美的思想。人类通过数学抽象，从客观世界中得到数学的概念和法则，建立了数学学科及其众多的分支；通过数学推理，进一步得到大量结论，数学科学得以丰富和发展；通过数学模型，把数学应用到客观世界中，产生了巨大的社会效益，又反过来促进了数学科学的发展；通过数学审美，看到数学“透过现象看本质”、“和谐统一众多事物”中美的成份，感受到数学“以简驭繁”、“天衣无缝”给我们带来的愉悦，并且从“美”的角度发现和创造新的数学。

当然，由上述数学的“基本思想”演变、派生、发展出来的数学思想还有很多。例如由“数学抽象的思想”派生出来的有：分类的思想，集合的思想，“变中有不变”的思想，符号表示的思想，对应的思想，有限与无限的思想，等等。例如由“数学推理的思想”派生出来的有：归纳的思想，演绎的思想，公理化思想，数形结合的思想，转化化归的思想，联想类比的思想，普遍联系的思想，逐步逼近的思想，代换的思想，特殊与一般的思想，等等。例如由“数学建模的思想”派生出来的可以有：简化的思想，量化的思想，函数的思想，方程的思想，优化的思想，随机的思想，统计的思想，等等。例如由“数学审美的思想”派生出来的可以有：简洁的思想，对称的思想，统一的思想，和谐的思想，以简驭繁的思想，“透过现象看本质”的思想，等等。

举例说，“分类的思想”和“集合的思想”可以是由“数学抽象的思想”派生出来的：人们对客观世界进行观察时，常常从研究需要的某个角度分析联想，排除那些次要的、非本质的因素，保留那些主要的、本质的因素，一种有效的做法就是对事物按照其某种本质进行分类，分类的结果就产生了“集合”。把它们上升到思想的层面上，就形成了“分类的思想”和“集合的思想”。

在用数学思想解决具体问题时，对某一类问题反复推敲，会逐渐形成某一类程序化的操作，就构成了“数学方法”。数学方法也是具有层次的，处于较高层次的，例如有：逻辑推理的方法，合情推理的方法，变量替换的方法，等价变形的方法，分情况讨论的方法，等等。低一层次的数学方法，还有很多。例如有：分析法，综合法，穷举法，反证法，抽样法，构造法，待定系数法，数学归纳法，递推法，消元法，降幂法，换元法，坐标法，配方法，列表法，图像法，等等。

数学方法不同于数学思想。“数学思想”往往是观念的、全面的、普遍的、深刻的、一般的、内在的、概括的；而“数学方法”往往是操作的、局部的、特殊的、表象的、具体的、程序的、技巧的。数学思想常常通过数学方法去体现；数学方法又常常反映了某种数学思想。数学思想是数学教学的核心和精髓，教师在讲授数学方法时应该努力反映和体现数学思想，让学生体会和领悟数学思想，提高学生的数学素养。

3 关于数学的“基本活动经验”

使学生获得数学的基本活动经验，也确实应该作为数学课程的一个重要目标。数学教学，本质上是师生共同进行数学活动的教学，所以学生获得相关的活动经验当然应该是数学课程的一个目标。特别是，其中有些精神“只能意会，难以言传”，必须要学生自己在亲身经历的过程中获得经验；有些内容虽能言传，但是如果学生没有在数学活动中亲身体会，理解也难以深刻。但是，《课标》并没有展开阐述“数学的基本活动经验”有哪些内涵和外延，这也给研究者留下了讨论的空间。在这里也谈谈自己不成熟的观点，与同行交流。

什么是数学活动经验？“活动经验”与“活动”密不可分，所说的“活动”，当然要有“动”，手动、口动和脑动。它们既包括学生在课堂上学习数学时的探究性学习活动，也包括与数学课程相联系的学生实践活动；既包括生活、生产中实际进行的数学活动，也包括数学课程教学中特意设计的活动。“活动”是一个过程，因此也体现出，不但学习结果是课程目标，而且学习过程也是课程目标。

其次，“活动经验”还与“经验”密不可分，当然就与“人”密不可分。学生本人要把在活动中的经历、体会总结上升为“经验”。这既可以是活动当时的经验，也可以是延时反思的经验；既可以是学生自己摸索出的经验，也可以是受别人启发得出的经验；既可以是从小活动中得到的经验，也可以是从多次活动中互相比较得到的经验。特别关键的是，这些“经验”必须转化和建构为属于学生本人的东西，才可以认为学生获得了“活动经验”。应该注意的是，所说的“活动”都必须有明确的数学内涵和数学目的，体现数学的本质，才能称得上是“数学活动”，它们是数学教学的有机组成部分。教师的课堂讲授、学生的课堂学习，是最主要的“数学活动”，这种讲授和学习，应该是渐进式的、启发式的、探究式的、互动式的。此外，还有其他形式的“数学活动”，例如学生的自主学习，调查研究，独立思考，合作交流，小组讨论，探讨分析、参观实践，以及作业练习和操作计算工具，等等。

还应该强调的是，学生在进行“数学活动”的过程中，除了能够获得逻辑推理的经验，还能够获得合情推理的经验。例如，根据条件“预测结果”的经验和根据结果“探究成因”的经验。这两种经验对于培养创新人才也是非常重要的。

数学活动的教育意义在于，学生主体通过亲身经历数学活动过程，能够获得具有个性特征的感性认识、情感体验、以及数学意识、数学能力和数学素养。

让学生获得“数学活动经验”，还能够培养学生在活动中从数学的角度思考问题，直观地、合情地获得一些结果，这些是数学创造的根本，是得到新结果的主要途径。数学活动经验并不仅仅是实践的经验，也不仅仅是解题的经验，更加重要的是思维的经验，是在数学活动中思考的经验。因为，创新依赖的是思考，是数学活动中创造性的思维。而思维方法是依靠长期活动经验积累获得的，思维品质是依靠有效的、多方面的数学活动改善的，并不是仅仅依靠接受教师的传授获得的。爱因斯坦说：“独立思考是创新的基础。”获得数学活动经验，最重要的是积累“发现问题、提出问题”的经验，以及“分析问题、解决问题”的经验，总之，是“从头”想问题、思考问题、做问题全过程的经验。

学生形成智慧，不可能仅仅依靠掌握丰富的知识，一定还需要经历实践及在实践中取得经验。数学思想也不仅在探索推演中形成，还需要在数学活动经验积累的基础上形成。

数学的基本活动经验可以按不同的标准分成若干类型。比如，有的学者把它分为如下4种：直接的活动经验，间接的活动经验，设计的活动经验和思考的活动经验。直接的活动经验是与学生日常生活直接联系的数学活动中所获得的经验，如购买物品、校园设计等。间接的活动经验是学生在教师创设的情景、构建的模型中所获得的数学经验，如鸡兔同笼、顺水行舟等。设计的活动经验是学生从教师特意设计的数学活动中所获得的经验，如随机摸球、地面拼图等。思考的活动经验是通过分析、归纳等思考获得的数学经验，如预测结果、探究成因等^[3]。学生只有积极参与数学课程的教学过程，经过独立思考，经过探索实践，经过合作交流，才有可能积累数学活动经验。

《课标》中还专门设计了“综合与实践”的课程内容，强调以问题为载体，让学生在综合运用知识、技能解决问题的实践中获得数学活动经验。在学生获得数学的基本活动经验的过程中，就必然有情感态度与价值观的提升。这样，“四

基”就全面体现了《纲要》中“三维目标”的要求。

4 “四基”是一个有机的整体

“四基”虽然是由4个部分构成的，但“四基”不应仅仅看作是4个事物简单的叠加或混合，而应是一个有机的整体，是互相联系、互相促进的。

基础知识和基本技能是数学教学的主要载体，需要花费较多的课堂时间；数学思想则是数学教学的精髓，是统领课堂教学的制高点；数学活动是不可或缺的教学形式与过程。“四基”既然比原来增加了两条，教师在课堂教学的安排上就应该有意识地给数学思想的教学预留适当的时间；但是数学思想的教学不能空洞地进行，一定要以数学知识为载体进行，并且应该注意将数学知识与数学思想融为一体，因势利导，水到渠成，画龙点睛；教师在讲解数学思想时，应该避免“两层皮”，避免生硬牵强，避免长篇大论。在课堂数学活动的安排上，大量的应该是教师启发式传授和学生在教师指导下独立思考、自主探究的时间；其他形式的数学活动也应安排适当的时间。

此外，“四基”既然比原来增加了两条，那么，在教学评价上也应该给数学思想和数学活动以适当的位置和空间。

《课标》在“四基”的表述前用了“获得适应社会生活和进一步发展所必需的”这样一个限制性定语，这一方面避免了在“四基”的名义下不适当地扩大教学内容，一方面也强调了学生获得数学“四基”的现实意义和长远意义。其现实意义是——学生适应社会生活所必需；其长远意义是——学生进一步发展所必需。

如果数学课程能够使学生在获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验，那么培养全面发展的创新性人才就具备了很好的条件。

[参 考 文 献]

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育阶段数学课程标准(2011年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.
- [2] 中华人民共和国教育部. 九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试验修订版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2000.
- [3] 张莫宙, 竺士芬, 林永伟. “基本数学经验”的界定与分类[J]. 数学通报, 2008, (5): 4-7.
- [4] 史宁中. 数学思想概论(第1辑—第4辑)[M]. 长春: 东北师范大学出版社, 2008-2010.

How “Double Bases” in Basic Mathematical Education Has Been Developed into “Four Bases”

GU Pei

(School of Mathematical Sciences of Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: In recent years, the formulation of “double bases” in basic mathematical education has been developed into “four bases” and this development has its profound reasons. The term “four bases” has very rich connotative and denotative meanings. This development plays a significant role in enhancing the students’ mathematical accomplishment and cultivating all-round developed talents.

Key words: basic education; mathematics; double bases; four bases; development

[责任编辑: 周学智]